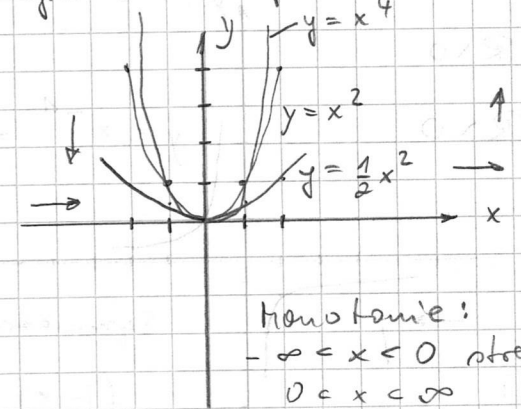
Potenzfunktionen

gerade Potenzfunktionen $y = x^{2n}$

$n \in \mathbb{N}$

DB: $x \in \mathbb{R}$

WB: $y \in \mathbb{R}$
$y \geq 0$



Monotonie:
$-\infty < x < 0$ streng mon. fallend
$0 < x < \infty$ —"— steigend

Symmetrie:

$f(-x) = f(x)$

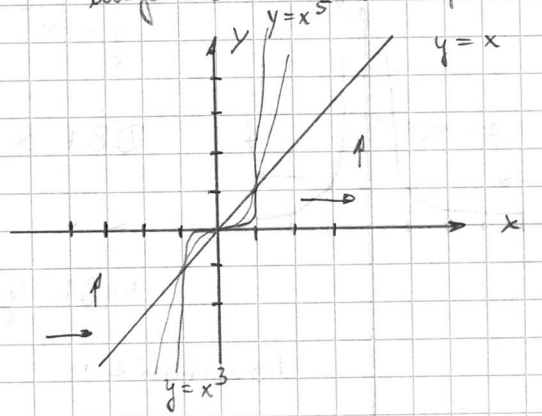
⇕

achsialsymmetrisch zur y-Achse

$y = x^{2n}$ stetig im gesamten Bereich

gemeinsame Punkte: $(-1; 1)$; $(0; 0)$; $(1; 1)$

ungerade Potenzfunktionen $y = x^{2n+1}$



$n \in \mathbb{N}$

DB: $x \in \mathbb{R}$

Symmetrie:

$f(-x) = -f(x)$

⇕

punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung

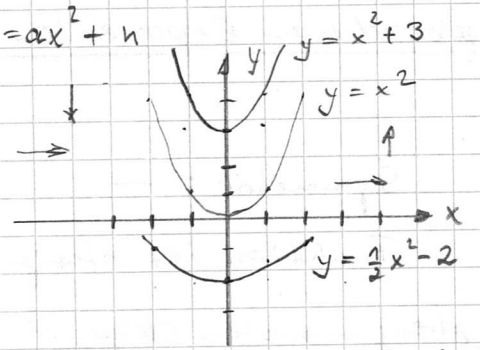
Monotonie: $-\infty < x < \infty$ streng monoton steigend

$y = x^{2n+1}$ stetig im gesamten Bereich

gemeinsame Punkte: $(-1; -1)$; $(0; 0)$; $(1; 1)$

spezielle Potenzfunktionen $y = x^2 + px + q$

1. $y = ax^2 + n$



DB: $x \in \mathbb{R}$

WB: $y \in \mathbb{R}$; $y \geq n$

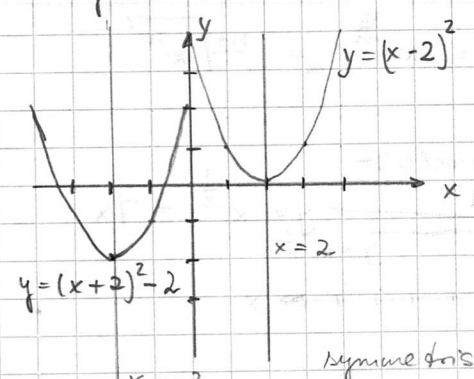
Monotonie:
$-\infty < x < 0$ monoton fallend
$0 < x < \infty$ monoton steigend

NST: $n \leq 0$

$n = 0$ ⇑ 1 NST

$n < 0$ ⇑ 2 NST $x_{1/2} = \pm\sqrt{n}$

2. $y = (x + d)^2 + e$



DB: $x \in \mathbb{R}$

WB: $y \in \mathbb{R}$; $y \geq e$

$S(-d; e)$

NST: $e \leq 0$ $e = 0$ ⇑ 1 NST $x = -d$

$e < 0$ ⇑ 2 NST

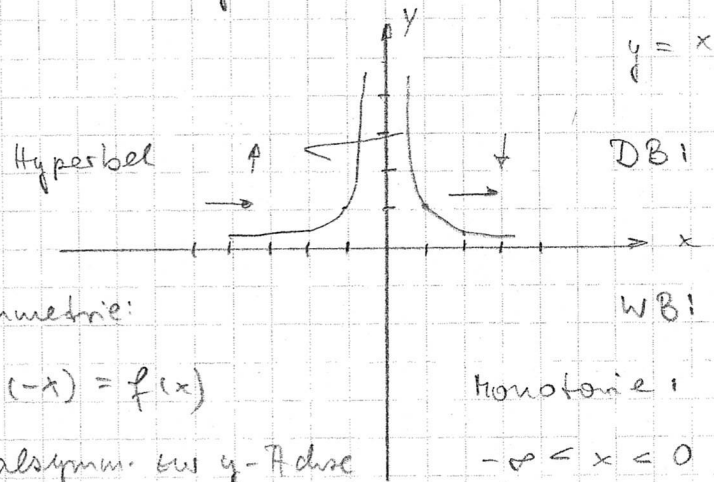
symmetrisch zu $(-d)$ $x = 2$ bzw $x = -2$

Lösungsformel

gerade Potenzfunktion mit negativem Exponenten

$y = x^{-2n}$ $\quad n \in \mathbb{N};\ n \geq 1$

$y = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$



DB: $x \in \mathbb{R} \setminus 0$

WB: $y > 0;\ y \in \mathbb{R}$

Symmetrie:

$f(-x) = f(x)$

↑ achsensymm. zur y-Achse

Monotonie:

$-\infty < x < 0$ monot. steigend

$0 < x < \infty$ monot. fallend

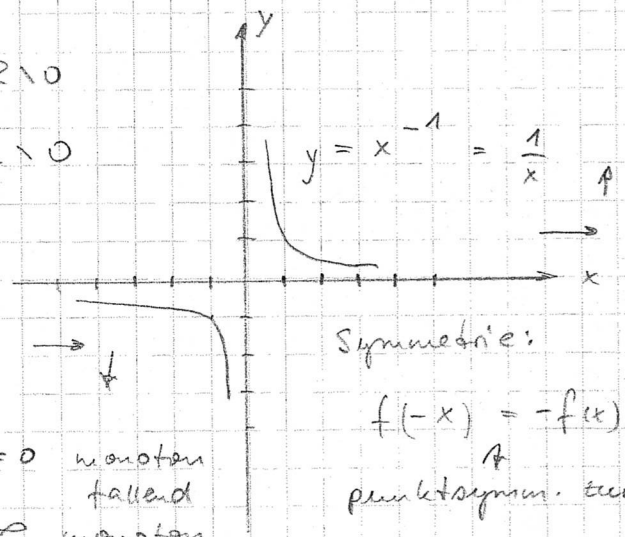
Funktion ist unstetig, da Definitionslücke bei $x = 0$

gemeinsame Punkte: $(-1;1)$; $(1;1)$

x- und y-Achse sind Asymptoten

ungerade Potenzfunktion mit negativem Exp.

$y = x^{-2n+1}$ $\quad n \in \mathbb{N};\ n \geq 1$



DB: $x \in \mathbb{R} \setminus 0$

WB: $y \in \mathbb{R} \setminus 0$

Symmetrie:

$f(-x) = -f(x)$

↑ punktsymm. zum Koordsp.

Monotonie:

$-\infty < x < 0$ monoton fallend

$0 < x < \infty$ monoton steigend

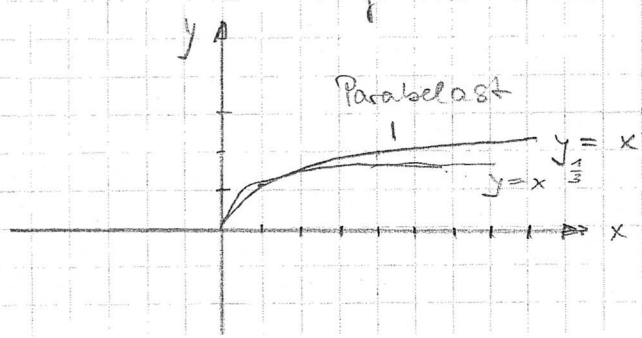
Funktion ist unstetig, da Definitionslücke bei $x = 0$

x- und y-Achse sind Asymptoten

gemeinsame Punkte: $(-1;-1)$; $(1;1)$

Wurzelfunktionen – Potenzfunktionen mit gebrochenen Exponenten

$y = x^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{x^n}$



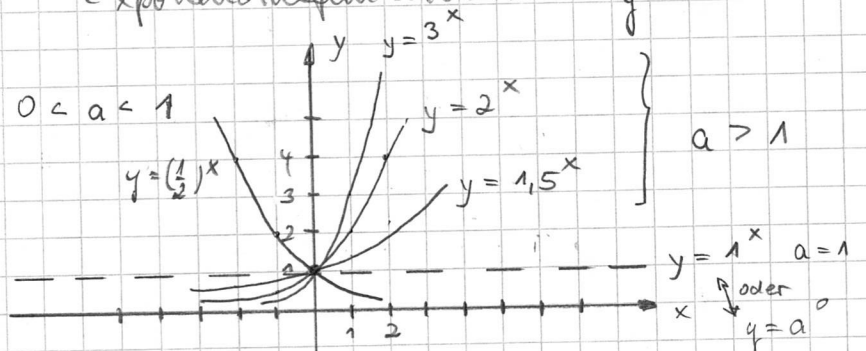
DB: $x \in \mathbb{R};\ x \geq 0$ $\quad$ Symmetrie: —

WB: $y \in \mathbb{R};\ y \geq 0$ $\quad$ Funktion ist stetig

Monotonie: $0 < x < \infty$ streng monoton steigend

gemeinsame Punkte: $(0;0)$; $(1;1)$

Exponentialfunktionen $y = a^x$



$0 < a < 1$

$a > 1$

DB: $x \in \mathbb{R}$

WB: $y > 0$; $y \in \mathbb{R}$

Symmetrie: —

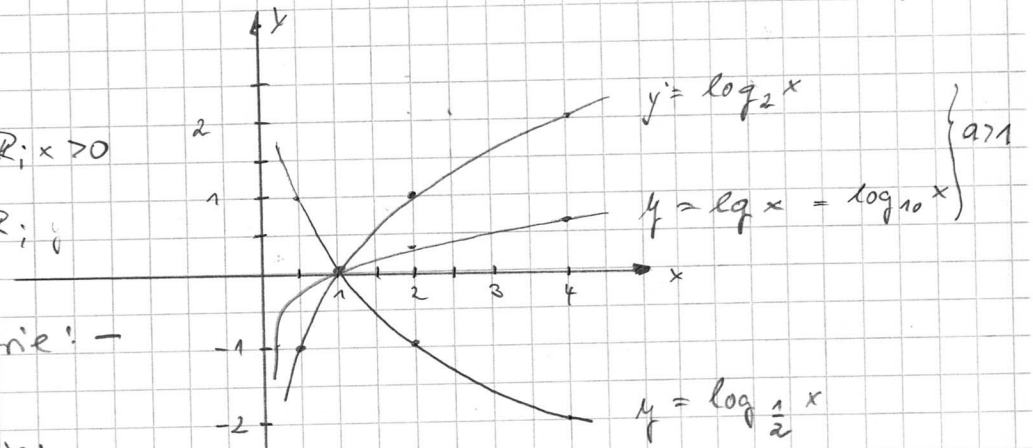
Monotonie: $-\infty < x < \infty$ streng monoton steigend wenn $a > 1$

$-\infty < x < \infty$ streng monoton fallend, wenn $0 < a < 1$

x-Achse ist Asymptote

gemeinsamer Punkt (0; 1)

Logarithmusfunktionen $y = \log_a x$ $a > 0$, $a \neq 1$



DB: $x \in \mathbb{R}$; $x > 0$

WB: $y \in \mathbb{R}$;

Symmetrie: —

Monotonie:

$0 < x < \infty$ streng monoton steigend

Funktion ist stetig

NST: $x = 1$

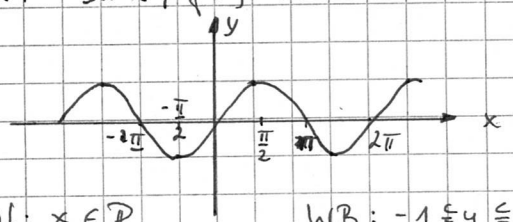
gemeinsamer Punkt: (1; 0)

y-Achse ist Asymptote

Winkelfunktionen (periodische Funktionen)

Sinusfunktion

$x \mapsto \sin x$; $f(x) = \sin x$



Df: $x \in \mathbb{R}$ WB: $-1 \leq y \leq 1$

Periode: 2π

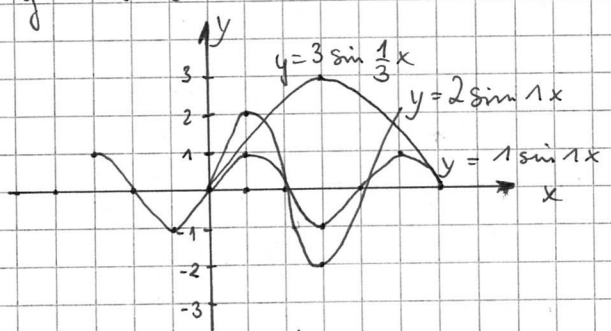
NST: $x_k = k \cdot \pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Symmetrie: punktsymm.

$f(-x) = -f(x)$

$\sin(-x) = -\sin x$

$y = a \cdot \sin bx$

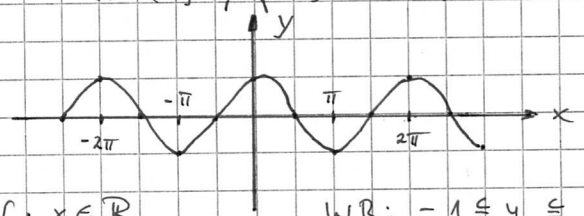


Periode: $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$ | a bestimmt Wertebereich

WB: $-a \leq y \leq a$

Kosinusfunktion

$x \mapsto \cos(x)$; $f(x) = \cos(x)$



Df: $x \in \mathbb{R}$ WB: $-1 \leq y \leq 1$

Periode: 2π

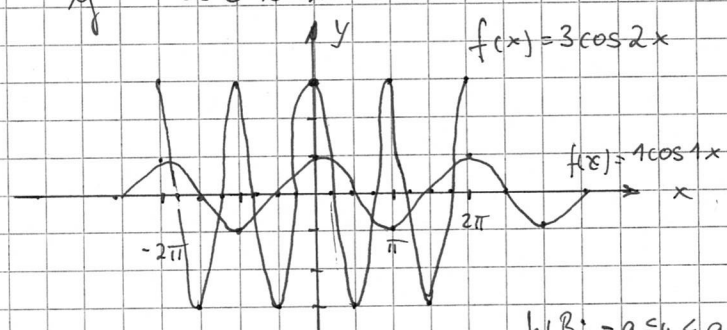
NST: $x_k = (2k+1)\frac{\pi}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$

Symmetrie: achsensymm. zur y-Achse

$f(-x) = f(x)$

$\cos(-x) = \cos x$

$y = a \cdot \cos bx$

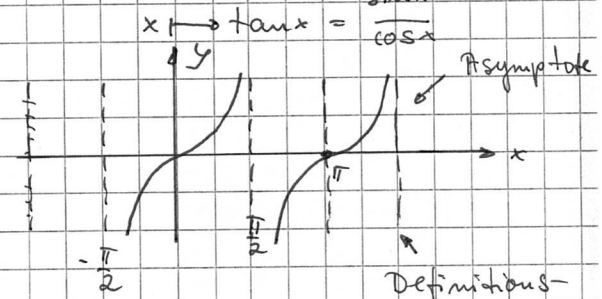


WB: $-a \leq y \leq a$

Periode: $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Tangensfunktion

$x \mapsto \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$



Df: $x \in \mathbb{R} \setminus (2k+1)\frac{\pi}{2}$; $k \in \mathbb{Z}$

WB: $y \in \mathbb{R}$

Periode: π NST: $x_k = k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

Symmetrie: punktsymm.

$f(x) = -f(x)$; $\tan(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-\sin x}{\cos x}$

$= -\tan x$

Monotonie: $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ streng monoton steigend

oder

$-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$

Periode: $\frac{\pi}{b}$