<u>10c Mathematik, 17.11.20</u>

Liebe 10c,

ich war völlig überrascht, auf dem Vertretungsplan zu lesen, dass ihr morgen immer noch nicht wieder in der Schule seid. Dabei hatte ich mich schon so auf unsere Stunde gefreut - ihr sicher auch. ;)
Dann müsst ihr jetzt noch einmal im Fernunterricht ´ran. Ich hoffe, es klappt gut und wir können dann am Mittwoch dort ansetzen.
Liebe Grüße,
I. Feilcke

1. **Lösungsvergleich** der Aufgaben vom 13.11.20 (siehe Dokument Lösungen)

Heute geht es um das Berechnen von Argumenten und Funktionswerten der Sinus- und Kosinusfunktion.

2. **Übernehmt Folgendes in euren Hefter:**

<u>b) Funktionswerte und Argumente berechnen</u>

1) <u>Funktionswerte (y-Werte):</u> TR-Einstellung: SHIFT → MODE → 3 oder 4
   - für Argumente im Gradmaß: „Deg“ (3)
     z.B.: $\sin 30° = \frac{1}{2}$
   - für Argumente im Bogenmaß: „Rad“ (4)
     z.B.: $\cos 0{,}5 = 0{,}8776$

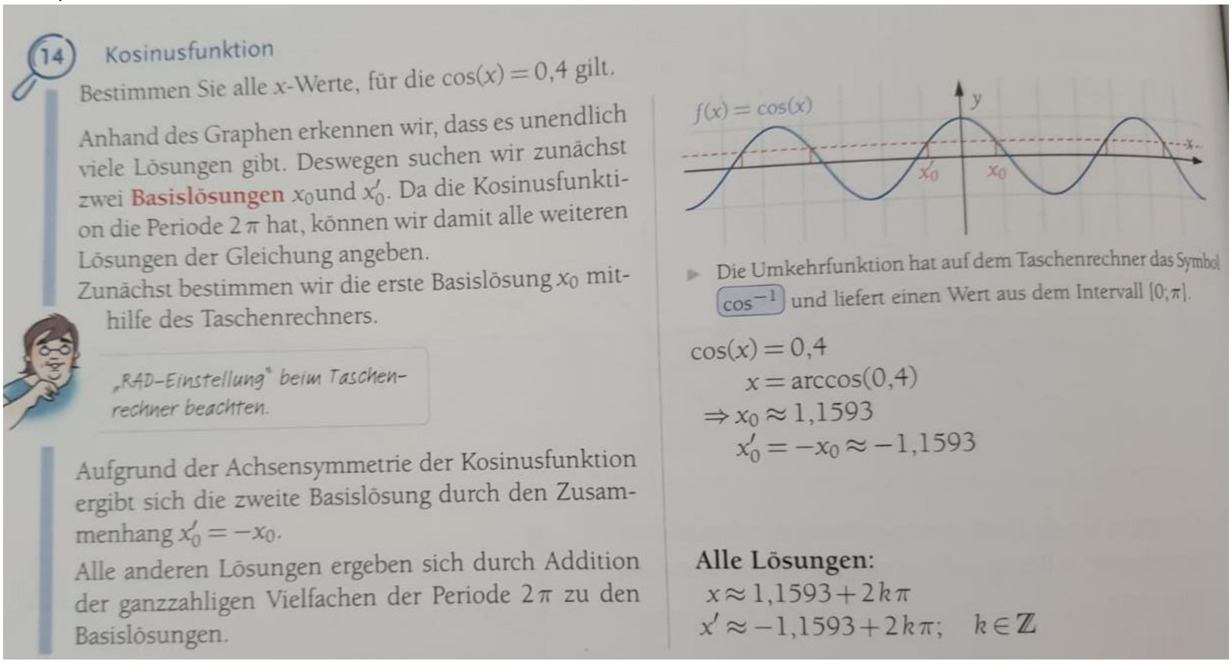
   Hinweis für den neuen, weißen TR: SHIFT → MENU → 2 : Winkeleinheit → 1 oder 2

2) <u>Argumente (x-Werte):</u>
   Argumente werden üblicherweise im Bogenmaß angegeben.

Tippt ruhig selbst noch mal die Berechnung in euren TR ($\sin 30° = \ldots$ und $\cos 0{,}5 = \ldots$) ein.

Weiter auf der nächsten Seite. →

3. **Lest euch nun die Erläuterung zur Berechnung von Argumenten der Kosinusfunktion durch.** (Die ganzen Bilder bekommt ihr nächste Stunde auf einem AB.)[1]



14 Kosinusfunktion

Bestimmen Sie alle x-Werte, für die $\cos(x) = 0{,}4$ gilt.

Anhand des Graphen erkennen wir, dass es unendlich viele Lösungen gibt. Deswegen suchen wir zunächst zwei **Basislösungen** x_0 und x_0'. Da die Kosinusfunktion die Periode 2π hat, können wir damit alle weiteren Lösungen der Gleichung angeben.

Zunächst bestimmen wir die erste Basislösung x_0 mithilfe des Taschenrechners.

„RAD-Einstellung" beim Taschenrechner beachten.

Aufgrund der Achsensymmetrie der Kosinusfunktion ergibt sich die zweite Basislösung durch den Zusammenhang $x_0' = -x_0$.

Alle anderen Lösungen ergeben sich durch Addition der ganzzahligen Vielfachen der Periode 2π zu den Basislösungen.

$f(x) = \cos(x)$

▶ Die Umkehrfunktion hat auf dem Taschenrechner das Symbol $\boxed{\cos^{-1}}$ und liefert einen Wert aus dem Intervall $[0; \pi]$.

$\cos(x) = 0{,}4$

$x = \arccos(0{,}4)$

$\Rightarrow x_0 \approx 1{,}1593$

$x_0' = -x_0 \approx -1{,}1593$

Alle Lösungen:

$x \approx 1{,}1593 + 2k\pi$

$x' \approx -1{,}1593 + 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}$

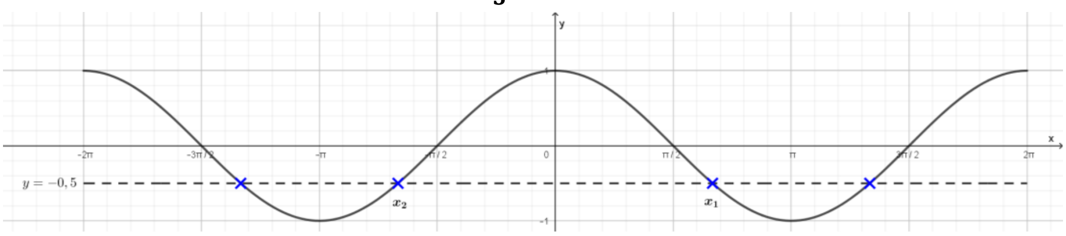
4. **Bearbeitet LB S. 82/8.**

Tipps:

- Bei a - f müsst ihr nur einsetzen. Achtet auf den richtigen TR-Modus (Bogenmaß).
- Für das Bestimmen von Argumenten ist immer eine Skizze sinnvoll. Beachtet, dass in dieser Aufgabe nicht alle Lösungen gesucht sind, sondern nur die im Intervall $[-2\pi; 2\pi]$.
- Wenn man die Eigenschaften der Funktion gut kennt (was ihr unbedingt solltet!), kann man einige Gleichungen aus dem Kopf lösen (hier: g, i, l)
- eine Beispielaufgabe zum Vorgehen:

h) $\cos x = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $\boldsymbol{x_1 = \frac{2}{3}\pi}$ (Basislösung mit dem TR ermittelt)

$\boldsymbol{x_2 = -\frac{2}{3}\pi}$ (Achsensymmetrie)



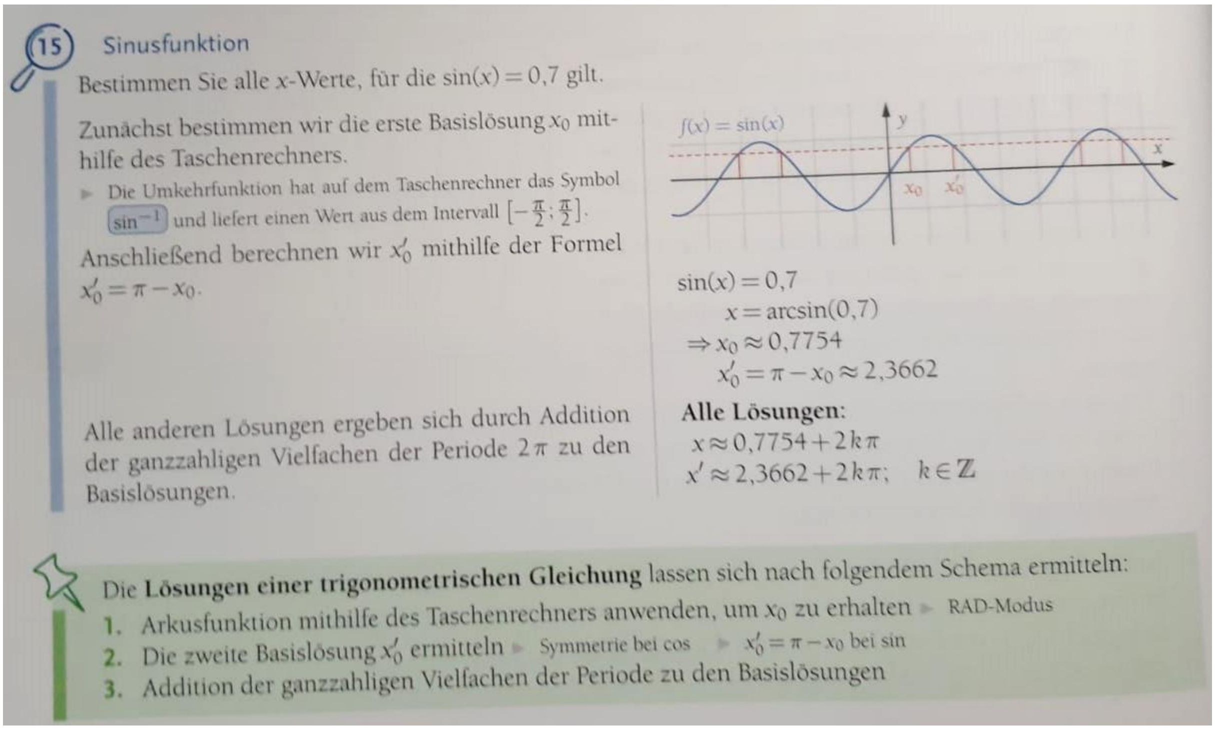
An der Skizze sieht man, dass es insgesamt vier Lösungen im Intervall $[-2\pi; 2\pi]$ gibt - zwei haben wir schon. Die anderen beiden erhalten wir mithilfe der Periodizität der Funktionen: eine weitere Lösung befindet sich 2π weiter links von x_1, eine andere 2π weiter rechts von x_2. Also:

$\boldsymbol{x_3 = x_1 - 2\pi = -\frac{4}{3}\pi}$ $\quad$ und $\quad$ $\boldsymbol{x_4 = x_2 + 2\pi = \frac{4}{3}\pi}$

(x_4 kann auch aus x_3 mithilfe der Symmetrieeigenschaft ermittelt werden.)

[1] aus: Berg, C. et al. (2015). *Mathematik. Technik. Fachhochschulreife.* Berlin: Cornelsen.

5. **Jetzt noch die Sinusfunktion.**
   a) **Lest euch die Schritte zur Bestimmung von Argumenten der Sinusfunktion durch.**
   b) **Begründet die Bestimmung der 2. Basislösung.**



15 Sinusfunktion

Bestimmen Sie alle x-Werte, für die $\sin(x) = 0{,}7$ gilt.

Zunächst bestimmen wir die erste Basislösung x_0 mithilfe des Taschenrechners.

▸ Die Umkehrfunktion hat auf dem Taschenrechner das Symbol $\boxed{\sin^{-1}}$ und liefert einen Wert aus dem Intervall $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.

Anschließend berechnen wir x_0' mithilfe der Formel $x_0' = \pi - x_0$.

$f(x) = \sin(x)$

$\sin(x) = 0{,}7$
$x = \arcsin(0{,}7)$
$\Rightarrow x_0 \approx 0{,}7754$
$x_0' = \pi - x_0 \approx 2{,}3662$

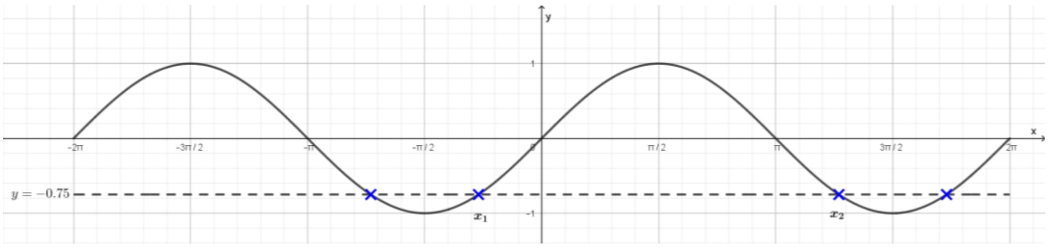
Alle anderen Lösungen ergeben sich durch Addition der ganzzahligen Vielfachen der Periode 2π zu den Basislösungen.

Alle Lösungen:
$x \approx 0{,}7754 + 2k\pi$
$x' \approx 2{,}3662 + 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}$

Die **Lösungen einer trigonometrischen Gleichung** lassen sich nach folgendem Schema ermitteln:
1. Arkusfunktion mithilfe des Taschenrechners anwenden, um x_0 zu erhalten ▸ RAD-Modus
2. Die zweite Basislösung x_0' ermitteln ▸ Symmetrie bei cos ▸ $x_0' = \pi - x_0$ bei sin
3. Addition der ganzzahligen Vielfachen der Periode zu den Basislösungen

6. **LB S. 81/7 (bei b) bitte nur bis $\sin x = 0$)**

Tipps:



b) $\sin x = -0{,}75$ $\qquad$ $\boldsymbol{x_1 \approx -0{,}8481}$ (Basislösung mit dem TR ermittelt)
$\boldsymbol{x_2 = \pi - x_1 \approx 3{,}9897}$

An der Skizze sieht man wieder, dass es insgesamt vier Lösungen gibt. Die anderen beiden Lösungen erhalten wir wieder mithilfe der Periodizität der Funktionen: eine weitere Lösung befindet sich 2π weiter rechts von x_1, eine andere 2π weiter links von x_2. Also:

$\boldsymbol{x_3 = x_1 + 2\pi \approx 5{,}4351}$ $\qquad$ und $\qquad$ $\boldsymbol{x_4 = x_2 - 2\pi = -2{,}2935}$

Das war's. Denkt morgen bitte an die Parabelschablone und wiederholt als HA den Einfluss von Parametern auf Funktionen (Verschiebung, Streckung…).