**10c Mathematik, 22.01.21**

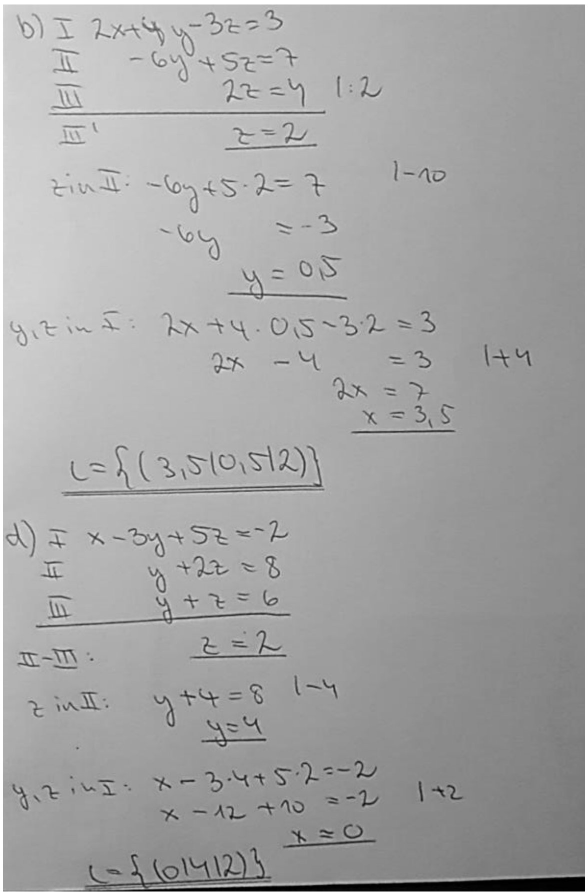
*Liebe 10c,*
*ich hoffe, ihr habt den Stoff der Videokonferenz am Dienstag verinnerlicht und seid fit, heute dazu zu üben. Dann habt ihr euch aber das Wochenende auf jeden Fall verdient.*

*Alle LGS heute sind eindeutig lösbar (d.h., ihr bekommt für x, y und z jeweils eine Zahl heraus) und die Lösungen sind auch schön „glatt".*

*Für unsere nächste Stunde gibt es dann keine Aufgaben auf der Homepage - wir hören / sehen uns bei der Video-Konferenz.*

*Jetzt viel Erfolg bei den Aufgaben und dann ein schönes Wochenende. ☺*

**1. Lösungsvergleich der HA:**



b) I $2x+4y-3z=3$
II $-6y+5z=7$
III $2z=4 \quad |:2$
III' $z=2$

z in II: $-6y+5\cdot 2=7 \quad |-10$
$-6y=-3$
$y=0{,}5$

y, z in I: $2x+4\cdot 0{,}5-3\cdot 2=3$
$2x-4=3 \quad |+4$
$2x=7$
$x=3{,}5$

$L=\{(3{,}5|0{,}5|2)\}$

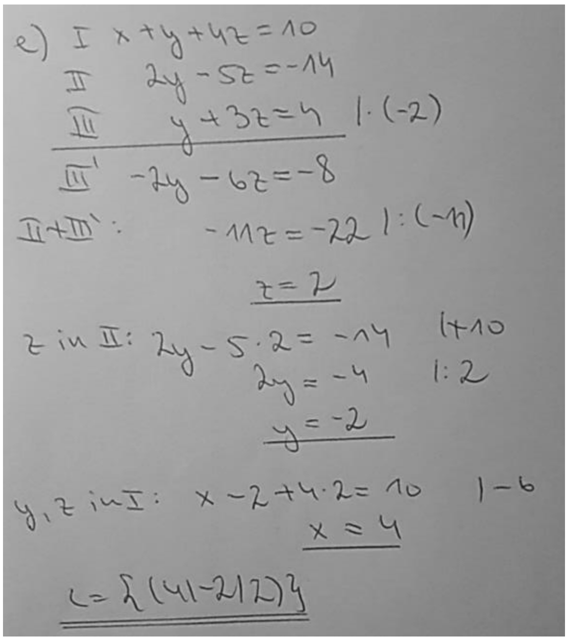
d) I $x-3y+5z=-2$
II $y+2z=8$
III $y+z=6$

II−III: $z=2$

z in II: $y+4=8 \quad |-4$
$y=4$

y, z in I: $x-3\cdot 4+5\cdot 2=-2$
$x-12+10=-2 \quad |+2$
$x=0$

$L=\{(0|4|2)\}$



e) I $x+y+4z=10$
II $2y-5z=-14$
III $y+3z=4 \quad |\cdot(-2)$
III' $-2y-6z=-8$

II+III': $-11z=-22 \quad |:(-11)$
$z=2$

z in II: $2y-5\cdot 2=-14 \quad |+10$
$2y=-4 \quad |:2$
$y=-2$

y, z in I: $x-2+4\cdot 2=10 \quad |-6$
$x=4$

$L=\{(4|-2|2)\}$

Wiederholung:

**2. Hier kommt erst noch einmal eine Beispielrechnung mit Erläuterungen zum Gauß´schen Eliminationsverfahren. Wenn du das schon gut verstanden hast, kannst du gleich mit den Übungsaufgaben beginnen.**

- Ziel: schrittweise die Variablen x und y eliminieren (entfernen), um die Stufen-/ Dreiecksform zu erhalten
- dazu: Gleichungen geschickt addieren → Additionsverfahren

| | Beispiel | Erklärungen |
|---|---|---|
| I | $x + 2y - 2z = -4$ | 1. x in 2 Gleichungen eliminieren<br>*z.B. mit Gleichungen I und II:*<br>Damit x durch Addition wegfällt, muss man Gleichung I mit (-2) multiplizieren, denn -2x + 2x = 0 (→ x ist weg.) |
| II | $2x + y + z = 3$ | |
| III | $3x + 2y + z = 4$ | |
| -2I: | $-2x - 4y + 4z = 8$ | *z.B. mit Gleichung I und III:*<br>Damit x durch Addition wegfällt, muss man Gleichung I mit (-3) multiplizieren, denn -3x + 3x = 0 (→ x ist weg.) |
| -2I+II=II‘: | $-3y + 5z = 11$ | |
| -3I: | $-3x - 6y + 6z = 12$ | |
| -3I+III=III‘: | $-4y + 7z = 16$ | ⇒ Jetzt haben wir zwei Gleichungen, in denen x nicht mehr vorkommt. |
| -4II‘: | $12y - 20z = -44$ | 2. y in einer Gleichung eliminieren<br>Nutze die beiden Gleichungen, um y entfallen zu lassen. Dazu kann man II‘ mit (-4) und III‘ mit 3 multiplizieren, denn 12 + ( - 12) = 0 (→ y ist weg.) |
| 3III‘: | $-12y + 21z = 48$ | |
| -4II‘+3III‘=IV: | $\underline{z = 4}$ | |
| I: | $x + 2y - 2z = -4$ | 3. LSG in Stufenform notieren und lösen (Es ist egal, welche der Gleichungen man wählt, Hauptsache, man hat eine Gleichung mit allen 3 Variablen, eine mit 2 Variablen und eine mit einer Variablen. |
| II‘: | $-3y + 5z = 11$ | |
| IV: | $z = 4$ | |
| z in II‘: | $-3y + 5 \cdot 4 = 11 \quad / -20$ | |
| | $-3y = -9 \quad / :(-3)$ | |
| | $\underline{y = 3}$ | |
| y, z in I: | $x + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = -4 \quad / +2$ | |
| | $\underline{x = -2}$ | |
| | $\underline{L = \{(-2\|3\|4)\}}$ | |

Übungen:

*Denk daran, die Gleichungen durchzunummerieren.*

**3. LB S. 111/2 a, c, e, f**

- ➔ Löse bitte a und c mithilfe des Gauß’schen Eliminationsverfahrens.
- ➔ e und f kannst du mit dem Verfahren lösen oder aber schauen, ob es nicht auch noch einfacher und schneller geht.
- ➔ Hilfen und die Lösungen dazu gibt es auf der nächsten Seite. (ausführliche Lösungen gibt es heute Abend in der Gruppe)

**4. LB S. 112/4 a, d**

- ➔ zur Erinnerung:
  - Normalform bedeutet, dass alle variablen Terme links vom „=“ stehen und die „reinen“ Zahlen rechts vom „=“ (so wie das z.B. in Aufgabe 2 der Fall ist)
  - Koeffizienten sind die Zahlen vor den Variablen. Diese sollen ganzzahlig sein, also ohne Komma. Multipliziert dazu die jeweilige Gleichung (nur bei d) mit einer passenden Zahl.
- ➔ Hilfen und die Lösungen dazu gibt es auf der nächsten Seite. (ausführliche Lösungen gibt es heute Abend in der Gruppe)

*Hilfen: LB S. 111/2*

a) 1. Schau, wie man in 2 Gleichungen das x eliminieren könnte.

→ z.B.: I + 2II und 3II + 2 III

2. Jetzt musst du aus einer dieser neuen Gleichungen y eliminieren. Wende hier auch geschickt das Additionsverfahren an.

$L = \{(0|2|3)\}$

c) Vorgehen wie oben, z.B.:

1. - 2I + III und I + 2II

$L = \{(1|-3|1)\}$

e)
- Hier muss man nicht unbedingt Gauß anwenden. Vielleicht siehst du ja schon, dass du in Gleichung I und II jeweils nur „z" stehen hast. Du kannst also z.B. rechnen: I+(-II).
- Wenn du jetzt geschickt diese neue Gleichung mit Gleichung III addierst, erhältst du y und kannst damit x und z berechnen.

$L = \{(1|2|3)\}$

f)
- Auch hier brauchst du nicht unbedingt Gauß. Du könntest z.B. rechnen: I+ (-2II).
- Wenn du diese Gleichung geschickt mit Gleichung III addiert, erhältst du z und kannst damit y und x berechnen.

$L = \{(1|1|-2)\}$

*Hilfen: LB S. 111/4*

a) Sortiert sollte dein LGS so aussehen:

$$\begin{array}{lrrrl} \text{I} & & 2y + & z = & 4 \\ \text{II} & -x & & +3z = & -10 \\ \text{III} & -x - & y + & z = & -9 \end{array}$$

- mit Gauß erst x eliminieren (z.B.: II + (-III))
- mit dieser neuen Gleichung und Gleichung I y eliminieren

$L = \{(4|3|-2)\}$

d)
- für ganzzahlige Koeffizienten z.B. rechnen: 4I; 6II; 2III
- I und II geschickt addieren und damit x eliminieren
- diese neue Gleichung und Gleichung III geschickt addieren und y eliminieren

$L = \{(4|6|8)\}$