10c Mathematik, 23.02.21

Liebe 10c,

ich hoffe, ihr konntet die Sonne am Wochenende genießen und seid jetzt fit für die neue Woche. Heute werden wir uns weiter mit dem Rechnen mit Vektoren beschäftigen. Solltet ihr Fragen haben, stellt sie in der der freiwilligen Sprechstunde oder schreibt mir.

Liebe Grüße,
Frau Feilcke ☺

1. Lösungsvergleich der Aufgaben vom 17.02.21 (siehe Seiten 3 und 4)

Sicherlich hast du bemerkt, dass in der Aufgabe 2 (LB S. 133) einige Aufgaben zu den gleichen Ergebnissen geführt haben (a und e / d und f). Das Schöne beim Rechnen von Vektoren ist, dass wir unsere bekannten Rechengesetze anwenden dürfen.

2. Übernimm als Zusammenfassung Folgendes (z.B. auf das AB zum Rechnen - das sollte unten noch draufpassen):

Rechengesetze:
Wenn $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ Vektoren in der Ebene bzw. im Raum sind, dann gilt:

(1) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (**Kommutativgesetz**)

(2) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (**Assoziativgesetz**)

Nun soll es darum gehen, wie man einen Vektor mit einer reellen Zahl multiplizieren kann. Das nennt man ***skalare Multiplikation****.*

3. Skalare Multiplikation:

a) Übernimm die Überschrift „3.2 Skalare Multiplikation" und folgendes Beispiel in deinen Hefter. Führe dann die *kursiv gedruckten* Anweisungen aus.

z.B.: $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{v} + \vec{v} + \vec{v}$

→ *Zeichne den Vektor $\vec{v}$. Dafür brauchst du kein Koordina-system. Wähle irgendwo einen Anfangspunkt und gehe entsprechend der Koordinaten nach rechts / nach oben.*

→ *Bestimme die Summe $\vec{v} + \vec{v} + \vec{v}$ dann sowohl zeichnerisch als auch rechnerisch.*

b) Vergleiche nun dein Ergebnis mit dem Ergebnis auf der nächsten Seite und übernimm das restliche Tafelbild in den Hefter.

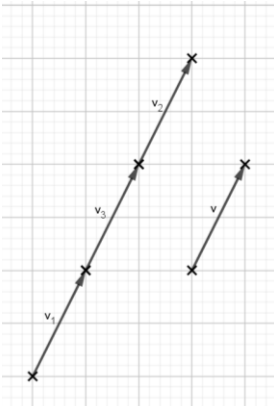
c) Bearbeite im LB S. 136/7-9.

- ➔ zu Nr. 7: Erst einmal die skalare Multiplikation ausführen, dann die Addition / Subtraktion. Auch hier gilt: Punkt- vor Strichrechnung. Schreibe ruhig Zwischenergebnisse auf, dann verrechnet man sich nicht so schnell.
- ➔ zu Nr. 8: z.B. a) $\begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 1{,}5 \\ -1{,}5 \end{pmatrix} = 0{,}5 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ (Vielleicht hilft es auch, die Dezimalbrüche als Brüche zu schreiben, um einen gemeinsamen Faktor zu finden und „auszuklammern".)
- ➔ zu Nr. 9: wie im LB S. 133/2 - Vektoren $\vec{a} - \vec{f}$ aufschreiben und dann Rechenausdrücke berechnen.

zu 3b)

Sicher hast du gemerkt, dass du den Vektor ***dreimal*** *beim Zeichnen aneinandergereiht hast. Man kann also auch beim Rechnen mit Vektoren aus einer Additionsaufgabe mit gleichen Summanden eine Multiplikationsaufgabe machen. Damit kann man auch das* ***Distributivgesetz*** *für Vektoren formulieren.*

Ergänzung des Tafelbildes:



$$\vec{v} + \vec{v} + \vec{v} = 3 \cdot \vec{v} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Ein Vektor $\vec{v}$ wird mit einer reellen Zahl s (Skalar) multipliziert, indem jede Koordinate mit s multipliziert wird.

Ebene:

$$s \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot v_1 \\ s \cdot v_2 \end{pmatrix}$$

Raum:

$$s \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \cdot v_1 \\ s \cdot v_2 \\ s \cdot v_3 \end{pmatrix}$$

weitere Rechengesetze:

Wenn $r, s \in \mathbb{R}$ und $\vec{a}$ und $\vec{b}$ Vektoren sind, dann gilt:

$$\left.\begin{array}{l} (1)\ r \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = r \cdot \vec{a} + r \cdot \vec{b} \\ (2)\ (r + s) \cdot \vec{a} = r \cdot \vec{a} + s \cdot \vec{a} \end{array}\right\} \textbf{Distributivgesetz}$$

(3) $(r \cdot s) \cdot \vec{a} = r \cdot (s \cdot \vec{a})$

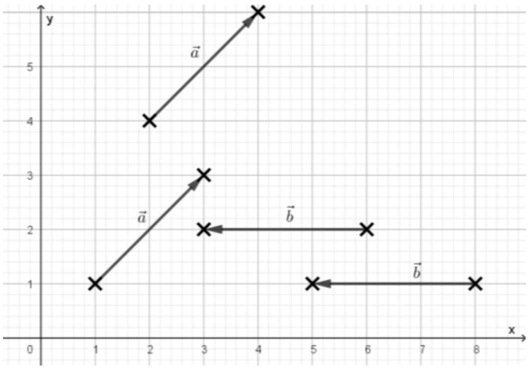
Lösungen vom 17.02.21:

Test:

1. a) **z.B.:** $P(1|0{,}5|0{,}5)$; $P(-1|-0{,}5|-0{,}5)$; $P(2|1|1)$; …

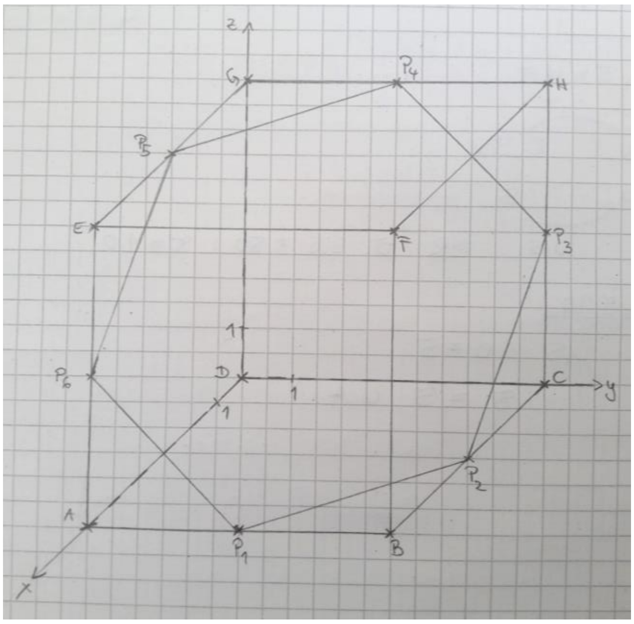
   b) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$

   c) **z.B.:**



(Achte darauf, dass der eingezeichnete Vektor in die gleiche Richtung zeigt, also parallel zu $\vec{a}$ bzw. $\vec{b}$ ist, und dass er die gleiche Länge besitzt.)

2. a)



   b) $P_1(6|0|3), P_2(6|3|0), P_3(3|6|0), P_4(0|6|3), P_5(0|3|6), P_6(3|0|6)$

3. a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

   b) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4+1+4} = 3\ LE = |\overrightarrow{BC}|$

   $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}\ LE$

   Es ist ein gleichschenkliges Dreieck.

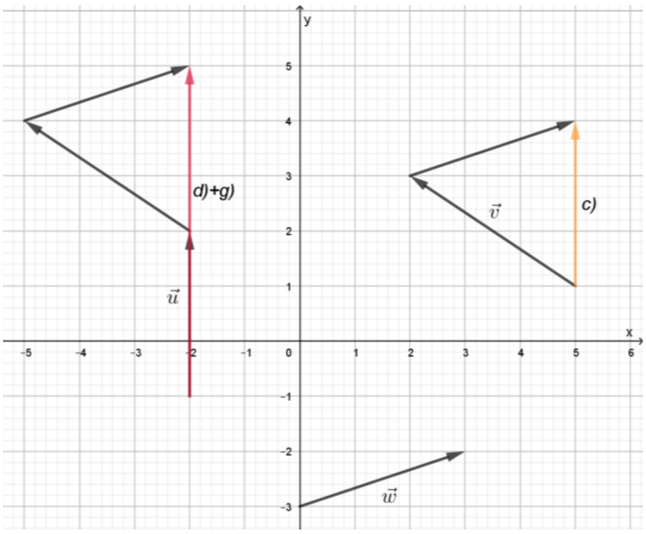
Zusatz: $A = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}| = \frac{1}{2} \cdot 3\ LE \cdot 3\ LE = 4{,}5\ FE$

<u>LB S. 133/2</u>

rechnerisch:

a) $\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}0\\6\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}-3\\5\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}0\\6\end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix}0\\6\end{pmatrix}$

zeichnerisch:



<u>LB S. 134/5</u>

a) $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix}6\\6\end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix}-2\\1\\-1\end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix}-2\\-2\\6\end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix}-6{,}5\\1\\-7\end{pmatrix}$