**GK 11 Mathematik, 18.12.20**

Liebe Klasse 11,

die Ferien sind zum Greifen nah. Die meiste Zeit werdet ihr euch heute mit der Auswertung von Aufgaben beschäftigen, sodass es nicht allzu anstrengend wird. Solltet ihr irgendwelche Fragen haben, meldet euch entweder per What’s App oder per Mail (l.daum@gym-wolterstorff.bildung-lsa.de bzw. i.feilcke@gymba.de).

Hier noch zwei organisatorische Dinge:

*Schwerpunkte Klausur:*

* **Änderungsraten** (mittlere und lokale)
* Globalverlauf, Monotonie, Symmetrie, **Nullstellen**, **Extrempunkte,** Sattelpunkte, Wendepunkte ermitteln / **berechnen** (d.h. die fett-gedruckten müsst ihr auch rechnerisch ermitteln können; die anderen Aspekte solltet ihr z.B. in Abbildungen erkennen oder mithilfe gelernter Regeln ermitteln können)
* Zusammenhänge zwischen Funktion und Ableitungsfunktion beschreiben / begründen
* grafisch differenzieren und integrieren
* Anwendungsaufgaben

*Schwerpunkt TÜ am 11.01.:*

* Extrempunkte (Arten, Berechnung)
* Monotonie (kurz und knapp)

**Los geht’s mit den heutigen Aufgaben.**

1. **Test-Auswertung und Auswertung der TÜ (siehe extra Dokument)**
* Schaut bitte genau, ob ihr alles versteht und meldet euch ggf.

**Zum Thema Extrempunkte:**

1. Wie sonst auch, beginnen wir mit der Hausaufgabenkontrolle. Hier also die Ergebnisse, damit ihr vergleichen könnt:

**LB S. 107 Nr. 8**

**c)** $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^{3}+\frac{1}{2}x^{2}-6x-4$; $f^{'}\left(x\right)=x^{2}+x-6$; $f^{''}\left(x\right)=2x+1$

 Nullsetzen der ersten Ableitung:

 $f^{'}\left(x\right)=0=x^{2}+x-6$

$x\_{1}=2 x\_{2}=-3$ (TR)

Art der Extrempunkte mit der 2. Ableitung bestimmen:

 $f^{''}\left(2\right)=5>0 \rightarrow $Tiefpunkt bei $x\_{1}=2$ ; $f\left(2\right)=-\frac{34}{3} \rightarrow H\left(-\frac{34}{3}\right)$

 $f^{''}\left(-3\right)=-5<0\rightarrow $ Hochpunkt bei $x\_{2}=-3 ;f\left(-3\right)=9,5\rightarrow T\left(9,5\right) $

**d)** $f\left(x\right)=x^{5}-5x^{4}+5x^{3}+1; $ $f^{'}\left(x\right)=5x^{4}-20x^{3}+15x^{2}$; $f^{''}\left(x\right)=20x^{3}-60x^{2}+30x$

Nullsetzen der ersten Ableitung:

 $f^{'}\left(x\right)=0=5x^{4}-20x^{3}+15x^{2}$

 $ 0=x^{2}\left(5x^{2}-20x+15\right)$

 $\rightarrow x\_{1}=0$

 $ 0=5x^{2}-20x+15$

$x\_{2}=3 x\_{3}=1$ (TR)

Art der Extrempunkte mit der 2. Ableitung bestimmen:

 $f^{''}\left(0\right)=0\rightarrow $Keine Aussage über die Art des Punktes möglich

 $\rightarrow $ Vorzeichenwechsel der 1. Ableitung überprüfen:

 $f^{'}\left(-0,001\right)=1,5∙10^{-5}>0$

 $f^{'}\left(0,001\right)=1,5∙10^{-5}>0$

 $\rightarrow $Kein Vorzeichenwechsel in der ersten Ableitung, die Funktion steigt vor $x\_{1}=0$ und dahinter an. Also handelt es sich bei $x\_{1}=0$ um einen Sattelpunkt (Also nicht um einen Extrempunkt)

 $f^{''}\left(3\right)=90>0\rightarrow $ Tiefpunkt bei $x\_{2}=3;f\left(3\right)=-26\rightarrow T\left(-26\right)$

 $f^{''}\left(1\right)=-10<0\rightarrow $Hochpunkt bei $x\_{3}=1;f\left(1\right)=2\rightarrow H\left(2\right)$

**Arbeitsblatt Nr. 3**

Die folgenden Aussagen treffen zu:

A: Es liegt ein Hochpunkt vor, daher ist die erste Ableitung an der Stelle 0.

D: Es liegt ein Tiefpunkt vor, daher ist die erste Ableitung an der Stelle 0.

E: Da es sich um einen Tiefpunkt handelt, nimmt die zweite Ableitung an der Stelle einen positiven Zahlenwert an.

**Arbeitsbleit Nr. 5**

1. Die erste Ableitung wird 0 an der Stelle $x=5$, daher liegt ein Extrempunkt oder ein Sattelpunkt vor. Da die zweite Ableitung an der Stelle positiv ist, können wir festlegen, dass es sich um einen Tiefpunkt im Punkt T(5/-3) handelt.
2. Die erste Ableitung wird 0 an der Stelle $x=2$, daher liegt ein Extrempunkt oder ein Sattelpunkt vor. Die zweite Ableitung an der Stelle ist negativ, also handelt es sich um einen Hochpunkt im Punkt H(2/0) und aufgrund der y-Koordinate um einen Schnittpunkt mit der x-Achse.

**Ende der Hausaufgabenkontrolle**

Ein neues Thema soll es heute nicht mehr geben, sondern wir üben einfach noch ein wenig.

Wir wünschen euch viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben und im Anschluss schöne entspannte Weihnachtstage.

Liebe Grüße,

L. Daum und I. Feilcke ☺

**Aufgabe**

Auf dem Arbeitsblatt, auf dem ihr die Hausaufgabe hattet, findet ihr weiterhin die Aufgaben 6 und 7.

**Aufgabe 6** sollte nach der Hausaufgabe aus dem Buch kein großes Problem mehr darstellen. Hier müsst ihr nur andersherum denken, denn die Punkte sind euch schon gegeben und ihr müsst nun nachweisen, dass sie die Kriterien für einen Hoch-/Tiefpunkt erfüllen.

Ein Hinweis für **Aufgabe 7**: Überlegt euch, was die Summanden/Faktoren mit dem Hochpunkt von f machen ($\rightarrow $Parametereinfluss!).

Lösungen zu den Aufgaben findet ihr auf der nächsten Seite.

**Lösungen Aufgabe 6**

a) $f\left(x\right)=x^{2}-2x; f^{'}\left(x\right)=2x-2$; $f^{''}\left(x\right)=2$

 $T(1/-1)$

Weise nach, dass der Punkt überhaupt auf dem Graphen der Funktion liegt:

 $f\left(1\right)=1^{2}-2∙1=-1\rightarrow $Der Punkt $T(1/-1)$ liegt auf der Funktion.

 Setze den x-Wert des Punktes in die erste und zweite Ableitung ein:

 $f^{'}\left(1\right)=0\rightarrow $Es handelt sich schonmal um eine Extremstelle oder einen Sattelpunkt.

 $f^{''}\left(1\right)=2>0\rightarrow $Es handelt sich um einen Tiefpunkt.

*Alternativ* kann man auch über die Öffnung der Parabel argumentieren. Da die Parabel nach oben geöffnet ist ( a = 1), muss es sich um einen TP handeln.

b) $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^{3}-x^{2}-4$; $f^{'}\left(x\right)=x^{2}-2x$ ; $f^{''}\left(x\right)=2x-2$

 $H(0/-4)$

Weise nach, dass der Punkt überhaupt auf dem Graphen der Funktion liegt:

 $f\left(0\right)=-4\rightarrow $ passt

Setze den x-Wert des Punktes in die erste und zweite Ableitung ein:

 $f^{'}\left(0\right)=0\rightarrow $ Es handelt sich um einen Extrem- oder Sattelpunkt.

 $f^{''}\left(0\right)=-2<0\rightarrow $ Es handelt sich um einen Hochpunkt.

**Lösungen Aufgabe 7**

a) Der y-Wert des Punktes (y=3) wird nach der Vorschrift für g(x) zunächst mit 2 multipliziert und dann um 4 verringert:

 $y\_{neu}=2∙f\left(4\right)-4=2∙3-4=2$

Da die Funktion nicht gespiegelt wird, handelt es sich immer noch um einen Hochpunkt. Dieser liegt für g(x) bei $H(4/2)$.

b) Auch hier setzen wir $f\left(x\right)$ an der Stelle 4 (also $f\left(4\right)=3)$ in die Vorschrift ein:

 $y\_{neu}=-f\left(4\right)+2=-3+2=-1$

Da die Funktion durch das „-“ an der x-Achse gespiegelt wird, liegt nun ein Tiefpunkt vor. Dieser liegt für g(x) bei $T(4/-1)$.