Dieses Verfahren kann beliebig lange fortgesetzt werden. Der genaue Wert für $\sqrt{2}$ ist ein unendlicher Dezimalbruch, dem man sich so immer mehr annähert. Mit einigen Taschenrechnern erhält man in solchen Fällen einen Näherungswert für die Quadratwurzel.
Die meisten Taschenrechner haben dafür eine Taste: [√] oder [√x]

Basisaufgaben

1. Ermittle den Wert des Terms ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{64}$ = 8 b) $\sqrt{\frac{16}{81}}$ = $\frac{4}{9}$ c) $\sqrt{0{,}09}$ = 0,3 d) $\sqrt{-16}$ n.d. e) $\sqrt{(-3)^2}$ = 3 f) $\sqrt{11^2}$ = 11

g) $\sqrt{4 \cdot 100}$ = 20 h) $\sqrt{9^2 - 81}$ = 0 i) $\sqrt{4} : \sqrt{49}$ = $\frac{2}{7}$ j) $\sqrt{800 + 100}$ = 30 k) $2\sqrt{49}$ = 14 l) $-2 : \sqrt{(-6)^2}$ = $-\frac{2}{6}$ = $-\frac{1}{3}$

2. Übertrage ins Heft und ersetze ■ so durch <, > oder = , dass eine wahre Aussage entsteht.

a) $\sqrt{16} + \sqrt{9}$ > $\sqrt{16 + 9}$ b) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{9}$ = $\sqrt{16 \cdot 9}$ c) $\sqrt{100 - 36}$ > $\sqrt{100} - \sqrt{36}$

d) $\sqrt{36} : \sqrt{9}$ = $\sqrt{36 : 9}$ e) $\sqrt{64} : \sqrt{4}$ = $\sqrt{64 : 4}$ f) $\sqrt{0 \cdot 16}$ = $\sqrt{0} \cdot \sqrt{16}$ = 0

3. Berechne den Wert des Terms ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{4 + 3 \cdot 7}$ = 5 b) $\frac{\sqrt{49}}{2 \cdot 3 + 1}$ = $\frac{7}{7}$ = 1 c) $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}}$ = $\frac{9}{3}$ = 3 d) $\sqrt{\frac{81}{9}}$ = 3 e) $\sqrt{(-6)^2 + (-5)^2}$ = 31 (6 + 25)

f) $\sqrt{0{,}09} \cdot \sqrt{100}$ 0,3 · 10 = 3 g) $\sqrt{0{,}36} - 2 \cdot \sqrt{0{,}04}$ 0,6 − 0,2 = 0,2 h) $-2 + 0{,}5 : \sqrt{0{,}16}$ = $-\frac{3}{4}$ ($\frac{5}{4}$) i) $\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{0{,}25} \cdot \sqrt{0{,}01}}$ = $\frac{25}{0{,}05}$ = 500

4. Berechne den Termwert mit einem Taschenrechner. Runde auf Hundertstel.

a) $\sqrt{37}$ b) $\frac{\sqrt{491}}{23{,}7}$ c) $\frac{\sqrt{8123}}{\sqrt{91}}$ d) $\sqrt{\frac{63}{9}}$ e) $\sqrt{-6{,}12^2 + (-5{,}1)^2}$

f) $\sqrt{0{,}09} \cdot \sqrt{10}$ g) $\sqrt{0{,}3} - 2 \cdot \sqrt{0{,}4}$ h) $-2 + 0{,}5 : \sqrt{0{,}1}$ i) $\frac{\sqrt{600}}{\sqrt{0{,}25} \cdot \sqrt{20}}$

Hinweis:
Potenzen, wie a^3, können mit einem Taschenrechner beispielsweise mit folgenden Tasten berechnet werden:
[y^x] oder [^]

Kubikwurzeln berechnen

Beim Ermitteln des Volumens V eines Würfels mit der Kantenlänge a wird a dreimal mit sich selbst multipliziert (a wird mit 3 potenziert). Es gilt: $V = a \cdot a \cdot a = a^3$
Beim Ermitteln der Kantenlänge a eines Würfels aus dem zugehörigen Volumen V muss man umgekehrt vorgehen. Es ist eine Kantenlänge a zu ermitteln, deren Produkt $a \cdot a \cdot a$ gleich V ist.

Wissen: Kubikwurzelziehen

Kubikwurzelziehen aus einer *nichtnegativen* Zahl a bedeutet, eine *nichtnegative* Zahl b zu finden, für die gilt: $b^3 = a$

Schreibweise: $b = \sqrt[3]{a}$ (a wird als **Radikand** bezeichnet.)

Sprechweise: b ist gleich der **Kubikwurzel aus a** oder
b ist die **dritte Wurzel aus a**

Das **Kubikwurzelziehen** ist eine **Umkehroperation des Potenzierens mit 3.**

Hinweis:
Potenzieren mit 3
$a \rightarrow a^3$
$a \leftarrow a^3$
Kubikwurzelziehen

Bei $\sqrt[3]{25}$ ist der Radikand keine „einfache" Kubikzahl. In solchen Fällen kann der Wert der Wurzel mit beliebiger Genauigkeit auch durch systematisches Einschachteln ermittelt werden. Einfacher geht es mit einem Taschenrechner. Manche Taschenrechner haben dafür eine Taste [$\sqrt[3]{x}$]. Andere Taschenrechner erfordern eine Tastenkombination aus [y^x] und [1/x].

Hinweis:
Erkunde, bei welcher Tastenfolge dein Taschenrechner Kubikwurzeln berechnet.

Aufgabe	Tastenfolge	Anzeige
$\sqrt[3]{125}$	125 [y^x] 3 [1/x] [=]	5.
$\sqrt[3]{25}$	25 [y^x] 3 [1/x] [=]	2.924017738

Variante 1: 125 [x^y] 3 [x^-1] [=] 5

besser: SHIFT [√] $\sqrt[3]{125}$ [=]
$\sqrt[3]{\square}$ ← gelb

Beispiel 2: Ermittle den Wert des Terms.

a) $\sqrt[3]{120}$ b) $\sqrt[3]{8-16}$ c) $\sqrt[3]{6\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)}$

Lösung:

a) Prüfe, ob der Radikand eine nichtnegative Zahl ist. Ermittle eine Zahl, deren dritte Potenz gleich dem Radikanden ist. Nutze gegebenenfalls einen Taschenrechner.

$120 > 0$
Ohne Hilfsmittel ist die Aufgabe nur schwer lösbar. Mit einem Taschenrechner findet man:
$\sqrt[3]{120} \approx 4{,}93242$

b) Prüfe, ob der Radikand eine nichtnegative Zahl ist.

$8-16=-8$ $(-8<0)$
Der Radikand negativ.
Dazu existiert keine Kubikwurzel.

c) Prüfe, ob der Radikand eine nichtnegative Zahl ist. Ermittle eine Zahl, deren dritte Potenz gleich dem Radikanden ist.

$6\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=\frac{24}{3}=8$ $(8>0)$
$\sqrt[3]{8}=2$, denn $2\cdot2\cdot2=8$
$\sqrt[3]{6\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)}=2$

Hinweis:
Eine Kontrolle ist auch beim Arbeiten mit Taschenrechnern ratsam:
$\sqrt[3]{125}=5$
$\sqrt[3]{120}<\sqrt[3]{125}$

Basisaufgaben

5. Ermittle den Wert des Terms ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt[3]{64}$ b) $\sqrt[3]{8}$ c) $\sqrt[3]{0{,}008}$ d) $\sqrt[3]{1000}$ SHIFT $\boxed{\sqrt{\ }}$ → $\sqrt[3]{\ }$

e) $\sqrt[3]{0{,}001}$ f) $\sqrt[3]{0{,}1^3}$ g) $\sqrt[3]{0{,}027}$ h) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$

i) $\sqrt[3]{\frac{2\cdot32}{27}}$ j) $\left(\sqrt[3]{27}\right)^3$ k) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ l) $\sqrt[3]{-8}$

6. Berechne den Termwert mit einem Taschenrechner. Gib zunächst einen Überschlag an.

a) $\sqrt[3]{37{,}5}$ b) $\sqrt[3]{100}$ c) $\sqrt[3]{133{,}5}$ d) $\sqrt[3]{1{,}2}$ e) $\sqrt[3]{211}$

f) $\sqrt[3]{31}$ g) $\sqrt[3]{493}$ h) $\sqrt[3]{0{,}02\cdot0{,}3}$ i) $\sqrt[3]{0{,}017+0{,}047}$ j) $\sqrt[3]{\frac{9}{36}}$

Hinweis zu 6:
Runde auf Tausendstel.

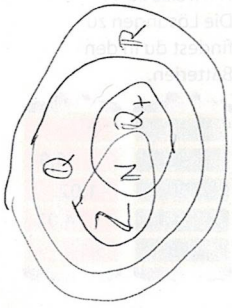
Für Kontrollen hilfreiche Kubikzahlen:
$3^3=27$ $4^3=64$
$5^3=125$ $6^3=216$
$7^3=343$ $8^3=512$
$9^3=729$

lernen

Rationale Zahlen und irrationale Zahlen

Eine beliebige rationale Zahl ist immer als Bruch in der Form $\frac{a}{b}$ $(a, b \in \mathbb{Z}$ und $b>0)$ darstellbar. Nach Umwandlung in einen Dezimalbruch erhält man:
– entweder einen **endlichen Dezimalbruch** (z. B. $-\frac{3}{8}=-0{,}375$)
oder
– einen **unendlichen periodischen Dezimalbruch** (z. B. $\frac{2}{3}=0{,}6666666\ldots=0{,}\overline{6}$)

Beim Wurzelziehen erhält man oft einen unendlichen Dezimalbruch, der sich aber nicht durch einen Bruch darstellen lässt.



Wissen: Irrationale Zahlen
Zahlen, die sich nicht durch einen Bruch $\frac{a}{b}$ $(a, b \in Z$ und $b \neq 0)$ darstellen lassen, heißen **irrationale Zahlen** ⇒ $\mathbb{I}$ großes „I" mit Doppelstrich
Irrationale Zahlen lassen sich durch **unendliche, nichtperiodische Dezimalbrüche** darstellen. Die rationalen und die irrationale Zahlen bilden zusammen die Menge der reellen Zahlen (**Symbol $\mathbb{R}$**).

Zu den irrationalen Zahlen gehören: z. B. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$ …, aber auch $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt[3]{4}$; $\sqrt[3]{5}$…

S. 68 | 7, 8